『電磁気学第２』講義資料 No.1 問題解答

1. 略

2. 例えば、$\mathbf{A} = (-By/2, Bx/2, 0)$ とすればよい。もちろん、ゲージ変換の自由度があるので、解は一意に決まらない。

3. ストークスの定理を用いると、$\Phi = \oint \mathbf{A} \cdot \mathrm{d}\mathbf{s}$ であり、ゲージ変換を行って、$\mathbf{A}' = \mathbf{A} + \mathrm{grad}\,\chi$ とすると $\oint \mathbf{A}' \cdot \mathrm{d}\mathbf{s} = \oint (\mathbf{A} + \mathrm{grad}\,\chi) \cdot \mathrm{d}\mathbf{s}$ である。そして、$\oint \mathrm{grad}\,\chi \cdot \mathrm{d}\mathbf{s} = 0$ だから、結局、Φ をベクトルポテンシャルで表してもゲージ変換に対しては不変となる。

4. $|\mathbf{E}|/|\mathbf{B}| = \omega/k = c$ である。また、Z_0 は抵抗の次元をもち、$Z_0 = \mu_0 c = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} = 377\Omega$ である。この Z_0 は真空の放射インピーダンスと呼ばれている。

5. 略

6. 平面電磁波の場合、$|\mathbf{S}| = |\mathbf{E}|^2/(c\mu_0)$ で、$u = \varepsilon_0 |\mathbf{E}|^2$ となる。したがって、$|\mathbf{S}| = cu$ である。

7. $E_x = a\cos(\omega t - kz)$、$E_y = a\sin(\omega t - kz)$ とすれば、左周り円偏光の電磁波を表す。これは、$\mathbf{E} = (a\cos(\omega t - kz), 0, 0)$ $\mathbf{E} = (0, a\sin(\omega t - kz), 0)$ という 2 つの直線偏光の電磁波の重ねあわせである。

8. $\mathrm{div}\,\mathbf{A} = 0$ と $\Box\,\mathbf{A} = 0$ を満たしているので、真空中のマックスウェル方程式の解である。ここから $\mathbf{E} = (a\omega \sin\omega t \cos kz,\ a\omega \sin\omega t \sin kz,\ 0)$ と $\mathbf{B} = -(ak\sin\omega t\cos kz,\ ak\sin\omega t \sin kz,\ 0)$ で、$\mathbf{E}$ と $\mathbf{B}$ は平行である。この $\mathbf{A}$ は

$$\mathbf{A} = \frac{\mathbf{A}_+ + \mathbf{A}_-}{2} \tag{1}$$

$$\mathbf{A}_+ = (a\cos(\omega t + kz),\ a\sin(\omega t + kz), 0) \tag{2}$$

$$\mathbf{A}_- = (a\cos(\omega t - kz),\ -a\sin(\omega t - kz), 0) \tag{3}$$

のように、逆向きに進む円偏光の光の重ねあわせで表される。