

## 『物理工学演習第一 電磁気学』第4回(6月5日)問題

1. 直径 1mm の銅線に 1A の電流を流す。

- (a) 単位長さの銅線から単位時間あたり発生する熱量はいくらか。
- (b) 電子の平均の速度はいくらか。
- (c) 銅の散乱時間はいくらか。
- (d) 直流ではなく、周波数 10MHz の交流電流の場合に発生する単位長さ・単位時間あたりの発生熱量は直流の場合の何倍か。ただし、この場合の 1A は交流の実効値を意味するものとする。

計算に必要な銅の物性パラメータは以下の通りである。

$\sigma$	$5.9 \times 10^7 \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$
$m$	$9.1 \times 10^{-31} \text{kg}$
$q$	$-1.6 \times 10^{-19} \text{C}$
$\mu \approx \mu_0$	$4\pi \times 10^{-7} \text{H/m}$
$n$	$8.4 \times 10^{28} \text{m}^{-3}$

2. 銅-コンスタンタン熱電対の熱起電力は、片方の接点を  $0^\circ\text{C}$  とし、もう片方の接点の温度を  $t$  (摂氏で測った温度) とすると

$t (^\circ\text{C})$	-100	100
$V_{\text{th}} (\text{mV})$	-3.378	4.277

となっている。ゼーベック係数が温度の 1 次関数となっていると仮定すると熱起電力は

$$V_{\text{th}} = a(t_0)(t - t_0) + b(t - t_0)^2 \quad (1)$$

と表されることを示し、銅-コンスタンタン熱電対の場合の  $a$  と  $b$  を求めよ。ここで、 $a(t_0)$  は温度  $t_0$  での 2 つの金属のゼーベック係数の差を表す。この問題では、 $t_0 = 0^\circ\text{C}$  とせよ。

3.  $x > 0$  の領域を導体が満たして、 $x < 0$  の方向から

$$\mathbf{E}_i = E_0 \exp i(\omega t - kx) \mathbf{e}_z \quad (2)$$

で表される電磁波を入射させると、金属面で反射される。導体の電気伝導度を  $\sigma$ 、透磁率を  $\mu$  とする。

- (a) 入射波の  $\mathbf{B}$  を求めよ。
- (b) 金属内の電場は

$$\mathbf{E}_t = E_t \exp[i\omega t - (1+i)x/\delta] \mathbf{e}_z \quad (x > 0) \quad (3)$$

で表され、 $\delta = \sqrt{2/(\mu\omega\sigma)}$  である。また、反射波の電場は

$$\mathbf{E}_r = E_r \exp i(\omega t + kx) \mathbf{e}_z \quad (x < 0) \quad (4)$$

と書ける。 $E_t$  と  $E_r$  を求めよ。

- (c) 電磁波が照射されている部分の面積を  $S$  とする。単位時間に発生するジュール熱は平均するといくらになるか計算せよ。ただし、 $E_0$  は実数としてよい。

4. 分極電荷密度  $\rho_d$  の作る双極子モーメント  $\mathbf{p}_d$  に関して、

$$\mathbf{p}_d = \int \mathbf{r} \rho_d(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r} = \int \mathbf{P}(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r} \quad (5)$$

が成り立つことを示せ。

5. 電気感受率テンソルが

$$\{\chi_{ij}\} = \varepsilon_0 \begin{pmatrix} u_1 & 0 & 0 \\ 0 & u_2 & 0 \\ 0 & 0 & u_3 \end{pmatrix} \quad (6)$$

で与えられる時、この物質中を  $z$  方向に進む角振動数  $\omega$  の単色平面電磁波の伝播を議論する。透磁率は  $\mu_0$  としてよい。

- (a)  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cos(\omega t - kz)$ 、 $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 \cos(\omega t - kz)$  として、マックスウエル方程式に代入し、 $\mathbf{E}_0$  と  $\mathbf{B}_0$  の満たすべき方程式を示せ。

- (b)  $\omega$  と  $k$  の関係を示せ。