

## 『変形体の力学』第3回 演習問題

### 問題

1. 下図 (a) に示すように、 $z > 0$  の領域を完全流体が満たし、 $z < 0$  の領域は壁となっている。この流体は非圧縮性で、渦無しの流れを考える（体積力は考えない）。 $z$  軸上で  $z = d$  の点に、強さ  $q$  の湧き出しが存在する。この空間の流れを求める。もし、壁が無い場合には

$$\Phi = -\frac{q}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z-d)^2}} \quad (1)$$

という速度ポテンシャルで表されるが、壁 ( $z = 0$ ) での境界条件  $v_z = 0$  を満たさない。

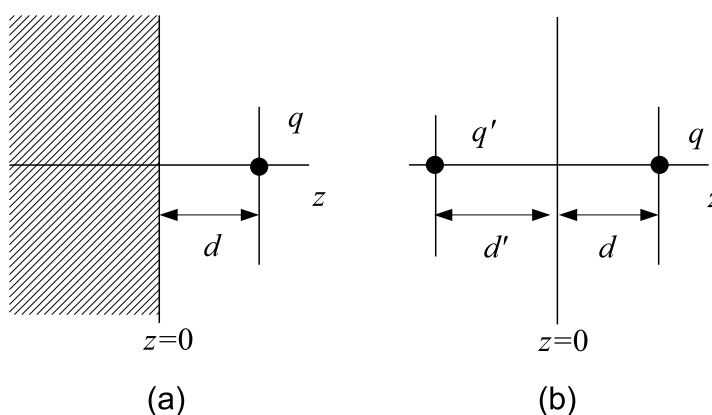


図 1: 壁と湧き出し

- (a) そこで、(b) のように壁を取り払った空間において、 $z = -d'$  に強さ  $q'$  の湧き出しを置く。この湧き出しの作る速度ポテンシャルを示せ。
- (b) 2つの湧き出しの作る速度ポテンシャルの和を用いて流体の速度を求め、 $z = 0$  での境界条件を満たすように、 $q'$  と  $d'$  を求めよ。
- (c) 原点における流体の圧力を求めよ。ただし、流体の密度を  $\rho$ 、無限遠での圧力を  $p_0$  とする。
2. 次の2次元流の速度ベクトルが与えられたとき、渦度ベクトルの  $z$  成分と半径  $R$  の円周上にそった循環（原点を含む場合と含まない場合）を計算せよ。

(a)

$$v_x = Ay, \quad v_y = -Ax \quad (2)$$

(b)

$$v_x = B \frac{y}{x^2 + y^2}, \quad v_y = -B \frac{x}{x^2 + y^2} \quad (3)$$

(c)

$$v_x = Cy, \quad v_y = 0 \quad (4)$$