

光干渉計測

柏基盤棟 BE6 号室 三尾・森脇 63769

はじめに

光は電磁波であり、干渉は波としての性質を示す現象の一つである。この干渉を利用すると、いろいろな物理量を精度良く測定することができる。ここでは、光計測の基本になる光源として、周波数安定化した内部鏡型 He-Ne レーザーについて、その原理に触れ、2 台の独立した光源からの光で光ビートを測定し、特性の評価を行う。また、代表的な干渉計の一つであるマイケルソン干渉計の原理と動作を学ぶ。そして、その応用として、半導体レーザー等の光源のコヒーレンスの測定を行う。これらを通して、揺らぎ、コヒーレンスといった概念に触れ、光干渉、光検出といった実験技術を学ぶ。

レーザー発振器の概要

レーザーは誘導放出過程を利用し光を発生する装置であるが、様々な種類と応用があり、そのすべてを説明することは不可能である。ここでは、実験に必要な概略を述べる¹。レーザーの基本的な構成は図 1 に示すように、光を増幅する媒質 (laser medium) とそれにエネルギーを供給する励起源 (pumping source)、また、発生した光を何度も往復させて、効率を上げるための光共振器 (図 1 では対向した 2 枚の鏡) である。励起源から何らかの方法でエネルギーを受け取った増幅媒質は高いエネルギー準位の状態を持つ原子 (または分子、イオン) の数が低い状態のものより多くなる。この状態が反転分布と呼ばれている状態である。そして、その遷移のエネルギー差に等しい周波数の光 (たとえばその遷移で発生する自然放出光) が入射すると、誘導放出によって光が増幅され、光共振器の作用で帰還がかかり、まさに電気回路の発振器と同じようにして発振を始め、位相のそろったきれいな光が発生するのである。このとき、光の周波数は光共振器の共振周波数で決まり²、その空間的な強度分布も共振器のモードの構造によって支配される。

この光共振器では内部に定在波ができる条件の波長の光だけが存在できる。これにより、レーザー発振を助長し、安定な周波数と空間的なモードを決めているのである。光共振器のモードは、縦モードと横モードに分類される。縦モードは、光軸に沿った定在波の波の数によって区別され、横モードは光軸と直交する方向の電場

¹レーザー発振の詳しい理論に関しては、参考文献を参照して欲しい。

²実際はモード間の非線形相互作用などで完全には一致しない。

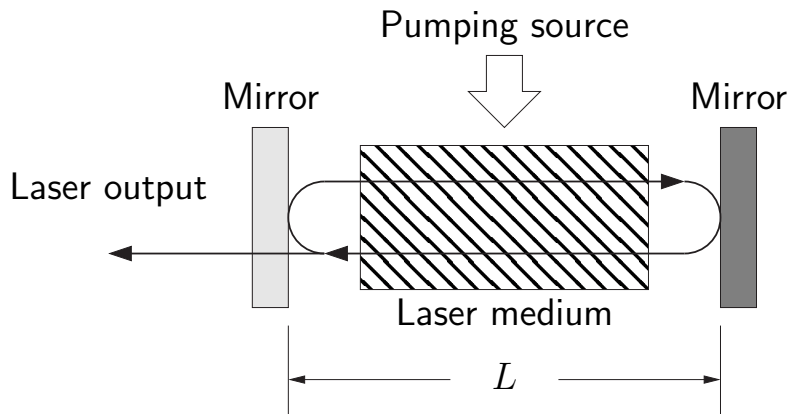


図 1: レーザー発振器の概略。

の強度分布によって区別されるものをいう。その構造は共振器を構成する鏡（実際は、凹面鏡や平面鏡などの組み合わせで構成される）によって決まる。本実験で用いるような小出力のレーザーでは、単一の横モードで発振し、縦モードはレーザー管の長さにより、複数の発振をするものが多い（そうなるように設計されている）。

そこで、縦モードについて、さらに（しかし、厳密ではない）議論をする。共振器を構成する鏡の間隔を L とすれば、光が一往復してきたとき位相がもとに戻っている必要があるので、光の波長 λ の整数倍（ n 倍）にならなくてはならない。そのため

$$2L = n\lambda \quad (1)$$

という関係が必要になる。一般に波長 λ は $0.5 \sim 1 \mu\text{m}$ であるのに対し、 L は典型的なガスレーザーで $10 \text{ cm} \sim 1 \text{ m}$ 、半導体レーザーでも mm のオーダーなので、 n は非常に大きい数になる。式 (1) から、

$$\nu_n = c/\lambda = \frac{c}{2L}n \quad (2)$$

により共振器の共振周波数が決まり、この n が縦モードの次数を表している。そして、適当な n をとると、ちょうどレーザー発振の起きる周波数帯域になり発振が起きる。前に述べたように、それが可能な n が複数ある場合にはそれらが同時に発振する場合があり、そのときのレーザーの出力はいくつかの周波数の光の重ね合わせになる。また、

$$\nu_d = \nu_{n+1} - \nu_n = \frac{c}{2L} \quad (3)$$

がレーザーの縦モードの周波数間隔になる³。これをみると、長い共振器ほど周波数間隔が狭くなることが分かる。

³これは光共振器の自由スペクトル域 (Free Spectral Range, FSR) と呼ばれる量である。

光波の干渉

光を含む一般の電磁波について揺らぎの現象を正しく扱うには、厳密には量子論を用いる必要がある。しかし、計測に用いられるレーザー光源では、真空の量子論的揺らぎより十分大きな振幅と、ほとんど確定した偏光状態を持っているため、現象論的に決まる（つまり強度測定により推定できる振幅、波長などの）パラメータを用いて、古典的な取り扱いができる。例えば直線偏光の単色平面波の電場振幅は複素表示を用いて

$$\vec{E}(t) = \vec{E}_0 \exp(2\pi i \nu_0 t - i \vec{k}_0 \cdot \vec{r} + i \phi_0) \quad (4)$$

と表すことができる。ここで、電場ベクトル \vec{E}_0 、波数ベクトル \vec{k}_0 、位相 ϕ_0 は実数にとる。このように複素表示にすることで、ベクトル \vec{k}_0 の方向に沿った距離 ℓ の伝播を、振幅に複素数 $\exp(-i|\vec{k}_0|\ell)$ を掛けるという代数的操作に対応させることができる。光学素子の通過も、素子の応答が線形ならば、振幅に複素関数を掛けるという類似の演算で扱うことができる。本実験で用いる系は、光波がレーザーから出て光検出器に至るまでの間は、全て線形素子とみなせる。

また、電磁場は重ね合わせの原理が成り立つ。もし、

$$\vec{E}(t) = \vec{E}_1 \exp(2\pi i \nu_1 t - i \vec{k}_1 \cdot \vec{r} + i \phi_1) + \vec{E}_2 \exp(2\pi i \nu_2 t - i \vec{k}_2 \cdot \vec{r} + i \phi_2) \quad (5)$$

のように 2 つの直線偏光の平面波が存在すると、重ね合わされた電磁波の強度は、電場振幅の 2 乗に比例するので

$$I \propto \overline{|\vec{E}(t)|^2} = \frac{|\vec{E}_1|^2}{2} + \frac{|\vec{E}_2|^2}{2} + \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \cos[2\pi(\nu_1 - \nu_2)t - (\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r} + \phi_1 - \phi_2] \quad (6)$$

となる。ここで、上つき線は周波数 ν_1, ν_2 程度の速い時間変化部分の時間平均を表す。これらの項の中で、 $\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2$ に比例した項が、強度の時間・空間的な変化を表している。もし、共通の光源から出た波であれば、 $\nu_1 = \nu_2$ なので、空間的に固定された強度の明暗ができる。明暗の分布は縞状になるので干渉縞 (fringe) と呼ばれる。

また、 $\phi_1 - \phi_2$ が時間的に変動すれば、強度の変化になって現れる。これらは、波の位相が強めあうように重ね合わされるか、弱めあうように重ね合わされるかで決まる。このような現象を干渉という。また、 $\nu_1 \neq \nu_2$ では、ビートが見られる。このような干渉をヘテロダイン干渉という。干渉を利用した測定装置を干渉計という。干渉計を用いると、変位、速度、屈折率分布、温度分布など、非常に多くの物理量を高い感度で計測できる。

位相雑音と周波数雑音

理想的な発振器は単色、つまり、単一周波数の正弦波を作り出す装置である。正弦波は、周波数 ν_0 の他に、振幅と位相という 2 つの情報を持っている。波形を複素表示で

$$v(t) = a(t) \exp[i\phi(t)] \quad (7)$$

と書いた場合の $a(t)$ と $\phi(t)$ である．理想的な単色正弦波では $a(t)$, $\phi(t)$ は定数であるが，現実にはこれが揺らぎを持ち

$$\phi(t) = 2\pi\nu_0 t + \phi_0 + \delta\phi(t) \quad (8)$$

$$a(t) = a_0 + \delta a(t) \quad (9)$$

となる．その場合には

$$v(t) = [a + \delta a(t)] \exp [2\pi i \nu_0 t + i\phi_0 + i\delta\phi(t)] \quad (10)$$

のように表され， $\delta a(t)$ と $\delta\phi(t)$ はそれぞれ振幅雑音，位相雑音と呼ばれている．また，このような信号の周波数は $\delta\phi(t)$ の存在のため一定とならないので，

$$\nu(t) \equiv \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi(t)}{dt} \quad (11)$$

によって時刻 t での瞬時周波数 $\nu(t)$ を定義すると，周波数雑音 $\delta\nu(t)$ は

$$\nu(t) = \nu_0 + \delta\nu(t) \quad (12)$$

より

$$\delta\nu(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\delta\phi(t)}{dt} \quad (13)$$

となり，中心周波数 ν_0 の周りの周波数の揺らぎを表す．

発振器の性能は，この振幅雑音と位相雑音（または周波数雑音）の大きさで左右される．とくに，精密な時計や干渉計の光源に用いられるレーザーでは，位相雑音の大きさが重要になる．しかし，単に位相雑音の分散 $\langle \delta\phi^2(t) \rangle$ を測って大小を比べるだけでは，安定度の比較としては十分ではない．発振器の使用目的で問題となる時間スケールでの揺らぎの成分を比較しなければならない．位相雑音も一般的な雑音だから，その性質は自己相関関数（またはそのフーリエ変換であるパワースペクトル）で示される．しかし，実際には位相雑音のパワースペクトルを測定することは易しくないので，他の指標を使って評価する場合が多い．後述のアラン分散はその代表格である．

1 He-Ne レーザーの光ビートの測定

1.1 光波干渉と光ビート測定

レーザーは光領域での発振器である．しかし，光の周波数は非常に高いので，周波数を直接測定することは不可能である．そこで，実際のレーザーの周波数の安定度を調べるためには，2台のレーザーを用意して互いの出力を干渉させて，その干渉信号の位相の揺らぎを測定する．

いま，2台のレーザーを指数 $j = 1, 2$ で区別することにし，これらの出力の電場 $E_j(t)$ を複素表示で

$$E_j(t) = a_j e^{i\phi_j(t)} \quad (14)$$

とすると，2つの光を重ね合わせたものが光検出器で強度信号に変換されるので，

$$I(t) \propto \left| a_1 e^{i\phi_1(t)} + a_2 e^{i\phi_2(t)} \right|^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos[\phi_1(t) - \phi_2(t)] \quad (15)$$

となる．式 (8) と同じようにして

$$\phi_j(t) = 2\pi\nu_j t + \phi_j + \delta\phi_j(t) \quad (16)$$

と書き表せるので，測定される光電流は

$$I(t) = I_0 + \Delta I \cos[2\pi(\nu_1 - \nu_2)t + \phi_1 - \phi_2 + \delta\phi_1(t) - \delta\phi_2(t)] \quad (17)$$

となる．したがって，信号の交流成分は2つのレーザーの周波数の差に等しい周波数をもっているので，ビート（うなり）の信号を測定していることになる．波長 632.8 nm の He-Ne レーザーの周波数は約 474 THz となるが，このように干渉させて2つの光周波数の差を測定すると，1 GHz 程度の信号になり測定が可能になる．本実験では，安定化を行うことでビート周波数を 10 MHz 程度に保つことができるようになるので，さらに簡単な装置で測定が可能である．このようなことが可能なのは，レーザーから出る光が，きれいな正弦波で古典的な波動の性質を示していることに他ならない．

また，測定信号の位相の揺らぎは

$$\delta\phi_B = \delta\phi_1(t) - \delta\phi_2(t) \quad (18)$$

で表せるが，2台のレーザーは独立に発振しているので， $\delta\phi_1(t)$ と $\delta\phi_2(t)$ には相関がないと考えられる．したがって，二乗平均は

$$\langle \delta\phi_B^2 \rangle = \langle \delta\phi_1^2(t) \rangle + \langle \delta\phi_2^2(t) \rangle \quad (19)$$

となって，2台のレーザーの揺らぎの二乗平均の和になる．ここで， $\langle \rangle$ はアンサンブル平均を表す．

1.2 アラン分散

発振器の安定度を表す指標として広く用いられているものが，ここで述べるアラン分散 (Allan variance) σ_y である⁴．これは以下のように定義されている．まず，周波数の相対的な変化量 y を，式 (12) を変形して

$$\nu(t) = \nu_0[1 + y(t)] \quad (20)$$

で定義する．そして，アラン分散は

$$\sigma_y(\tau) = \sqrt{\left\langle \frac{(\bar{y}_{k+1} - \bar{y}_k)^2}{2} \right\rangle} \quad (21)$$

⁴統計学では一般に，平均からのずれの2乗和 σ^2 を分散，その平方根の σ を標準偏差と呼んで区別するが，アラン分散の場合には σ_y^2 だけでなく σ_y もアラン分散と呼ぶ文献が多いので，ここではそのような呼び方をする．

で与えられる．また， \bar{y}_k は

$$\bar{y}_k = \frac{1}{\tau} \int_{t_k}^{t_k+\tau} y(t) dt = \frac{\delta\phi(t_k + \tau) - \delta\phi(t_k)}{2\pi\nu_0\tau} \quad (t_k = k\tau) \quad (22)$$

で定義され， y を τ 時間の区間ごとで平均した値の k 番目を意味している．

一方，周波数の測定では周波数カウンターを用いることが多いが，ゲート時間（周波数や周期を計数するための区切りの時間）をちょうど τ としたときの値 $\bar{\nu}$ は

$$\bar{\nu} = \frac{1}{\tau} \int_t^{t+\tau} \nu(t) dt = \nu_0[1 + \bar{y}] \quad (23)$$

と表されるので， \bar{y} は容易に $\bar{\nu}$ から計算できる．したがって，アラン分散の測定は周波数カウンターを用いて比較的容易にできる．また，通常の分散は全サンプルの平均値からのずれの 2 乗和を計算するのに対し，式 (21) では，連続した 2 つの測定値の差の 2 乗和を使用していることが分かる．こうすることで，位相揺らぎが低域で大きな成分を持っていても発散しないようになっていて，これが「アラン分散」と特に名前が付いている理由である⁵．以下に，二種類のモデルについてアラン分散の τ 依存性を見てみる．

例 1: 位相のランダムウォーク　もし位相の変動が全くのランダムウォークだとすると， τ 時間での位相変化の二乗平均は τ に比例するので，定数 D を用いて

$$\langle [\delta\phi(t + \tau) - \delta\phi(t)]^2 \rangle = 2D|\tau| \quad (24)$$

と書ける．さらに，異なる時間で測定した値には相関がないので，結局

$$\langle \bar{y}_k \bar{y}_l \rangle = \frac{2D}{(2\pi\nu_0)^2 \tau} \delta_{kl} \quad (25)$$

となる（ δ_{kl} はクロネッカーのデルタ）．したがって，

$$\sigma_y(\tau) = \frac{1}{2\pi\nu_0} \sqrt{\frac{2D}{\tau}} \quad (26)$$

となり， τ が長い方が値は小さくなる．しかし， τ の長い方では，その発振器の周波数の基準になっているものが変化してしまうため，値が劣化する．故に，実際の発振器では最適の τ が存在する．

例 2: 周波数のドリフト　発振器の周波数が時間の一次関数で変化するような場合，つまり，

$$\nu(t) = \nu_0(1 + \alpha t) \quad (27)$$

で表される場合を考える．一般の時系列信号で，このようにランダムな揺らぎではなく一定の割合で単調変化することをドリフトという．式 (21) にしたがって， α も τ も確率変数でないことに注意してアラン分散を計算すると，

$$\sigma_y = \frac{1}{\sqrt{2}} \alpha \tau \quad (28)$$

を得る．アラン分散が τ に比例することが分かる．

⁵アランという名前はこの量を提案した D. W. Allan から来ている．

さて、2台のレーザーのビート周波数からアラン分散を推定する話題に戻る。式(19)の位相分散の和の式から、アラン分散も個々のレーザーのアラン分散(σ_y^2)の和となる。ここで、ビート測定の場合、観測されるビート信号の周波数は $\nu_B = |\nu_1 - \nu_2|$ であるが、本来の発振器の周波数は ν_1 (または ν_2)だから、

$$\sigma_{y_B}(\tau) = \left(\frac{\nu_m}{\nu_B}\right) \sqrt{\sigma_{y_1}^2(\tau) + \sigma_{y_2}^2(\tau)} \quad (29)$$

と、係数に原振周波数とビート周波数の比が入ることに注意しなければならない。なお、 $\nu_m = (\nu_1 + \nu_2)/2$ と考えてよい。

本実験ではほとんど同じ安定度のレーザーを使用するので $\sigma_{y_1}^2(\tau) \approx \sigma_{y_2}^2(\tau)$ と考えることができ、

$$\sigma_y(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\nu_B}{\nu_m}\right) \sigma_{y_B}(\tau) \quad (30)$$

と書ける。光ビートの測定では ν_B/ν_m の値は 2×10^{-8} ($\nu_B = 10$ MHz, $\nu_m = 474$ THzの場合)という非常に小さな値になる。したがって、ビート信号の測定精度そのものがあまり良くない場合でも、もとの信号の安定度を高い精度で測定できる。

1.3 2モード法による安定化

本実験では2モード法と呼ばれている方法でレーザーの周波数を安定化する。2モード法の原理を理解するには、レーザー媒質の利得曲線、レーザー共振器の鏡の間隔が発振周波数にどのように影響するかを知る必要があるので、まず最初にこれらについて説明する。

He-NeレーザーはHeとNeの混合気体に放電を行って、Neのエネルギー状態に反転分布を作り、可視光から赤外光の波長領域で発振する。代表的な発振波長は、 $3.392 \mu\text{m}$, $1.152 \mu\text{m}$, 632.8 nm , 543.5 nm などである。このうち、計測実験などでもっとも一般的に用いられているのは、 632.8 nm の赤い光である。

現実のレーザー媒質中では、Ne原子の熱運動によるドップラー効果のために、利得の周波数特性はガウス型の広がりを持ったものとなる。 632.8 nm の発振波長の場合には半値全幅(Full Width at Half Maximum, FWHM)で、 $1.4 \sim 1.5 \text{ GHz}$ の広がりとなる。この幅の中に、発振可能な(発振のための閾値を越える利得を持つ)光共振器のモードが存在すると、ほぼその周波数で発振を始める。

また、ここでは、図2で示すような内部鏡型と呼ばれるレーザーを使用する。これは、レーザーを発振させるための光共振器とガスをためるバラスト、放電部分が一体で作られたもので、光共振器を構成する鏡の内面が直接放電で生じたプラズマと接触する構造をしている。内部鏡型のレーザーは小型で小出力のものが多いが、機械構造が簡単で長寿命であるので、計測用のレーザーのほとんどはこの型である。

本実験で使用する内部鏡型のレーザーでは、光共振器に磁場をかけていない。また、光共振器内に偏光特性を持つ光学素子を意図的には入れていないので、発振する光の偏光は光共振器の鏡などに存在する異方性で決まる。実際には、周波数軸上

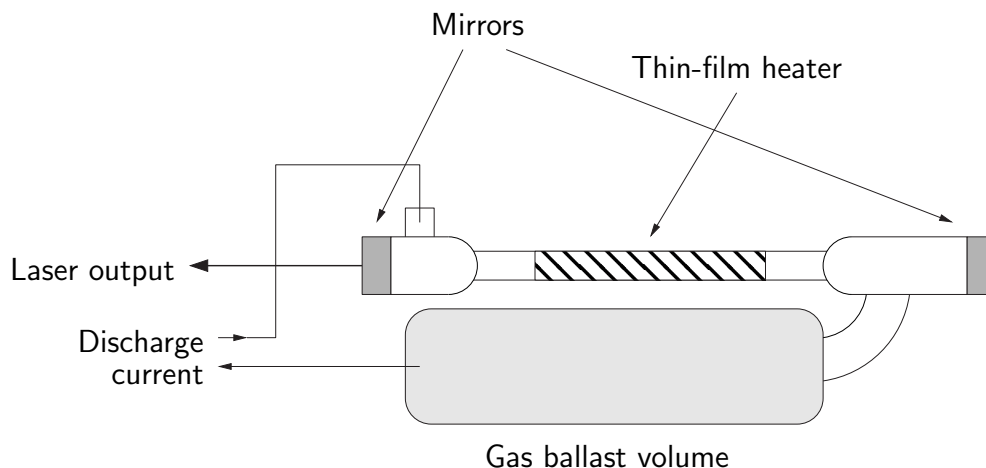


図 2: 内部鏡型 He-Ne レーザーの構造 .

で隣り合ったモードの光は互いに直交する偏光面をもつ直線偏光となることが分かっている .

内部鏡型レーザーでは，発振周波数の変化を引き起こすもっとも大きな原因は放電による発熱でレーザー管が膨張することである . この効果は予熱を十分行くとかなりゆっくりになるが，それでも使用中に周波数が変化していく . また，それにとってもなって，出力の強度も変化する . これらの変動を抑えるにはレーザー管の温度を制御して，一定の長さを保つようにすればよい . 本実験では，その安定化の制御の基準になるのが，出力光の偏光状態である .

図 3 は，レーザー発振の様子を表したものである . それぞれの図で，横軸は周波数を，曲線はレーザーの利得曲線を表し，前述のように中心周波数の周りがある広がりを持っている . 等間隔の縦棒は，レーザー発振の縦モードを示している . また，P と S はそのモードの偏光の状態を示している⁶ . 縦棒のうち，実線は十分な利得を得て発振をしているモードで，破線は利得不足のために発振できない状態にあるモードの位置を示している . 式 (3) に述べたように，縦モードの周波数間隔は $\nu_d = c/2L$ に等しい . 適当な L を選ぶと，利得曲線の中心周波数が縦モード間のほぼ真ん中にある時に，2つのモードが同時に，しかも2つだけが発振するようにできる .

図 3 の (a), (b), (c) は共振器長が一方向にゆっくり変化している時の発振の様子の変化を表している . (a) の状態では，2つのモードが中心周波数に対して非対称になっていて，P 偏光の光強度が大きい . 管長が伸び，発振周波数が左にシフトする (低くなる) と (b) の状態になる . ここでは各偏光の光強度が等しくなる . さらに管長が伸びて (c) の状態になると逆に S 偏光の強度が大きくなる . このように，レーザー管の長さが増えると変化の方向により，どちらかの強度が大きくなるので発振周波数の変化を知ることができる . そこで，その信号を使って常に 2つの偏光の

⁶P と S はここでは偏光が互いに直交する直線になっているという意味を持たせるために使っているだけで，レーザー管の内部に斜入射の界面を設けているわけではない .

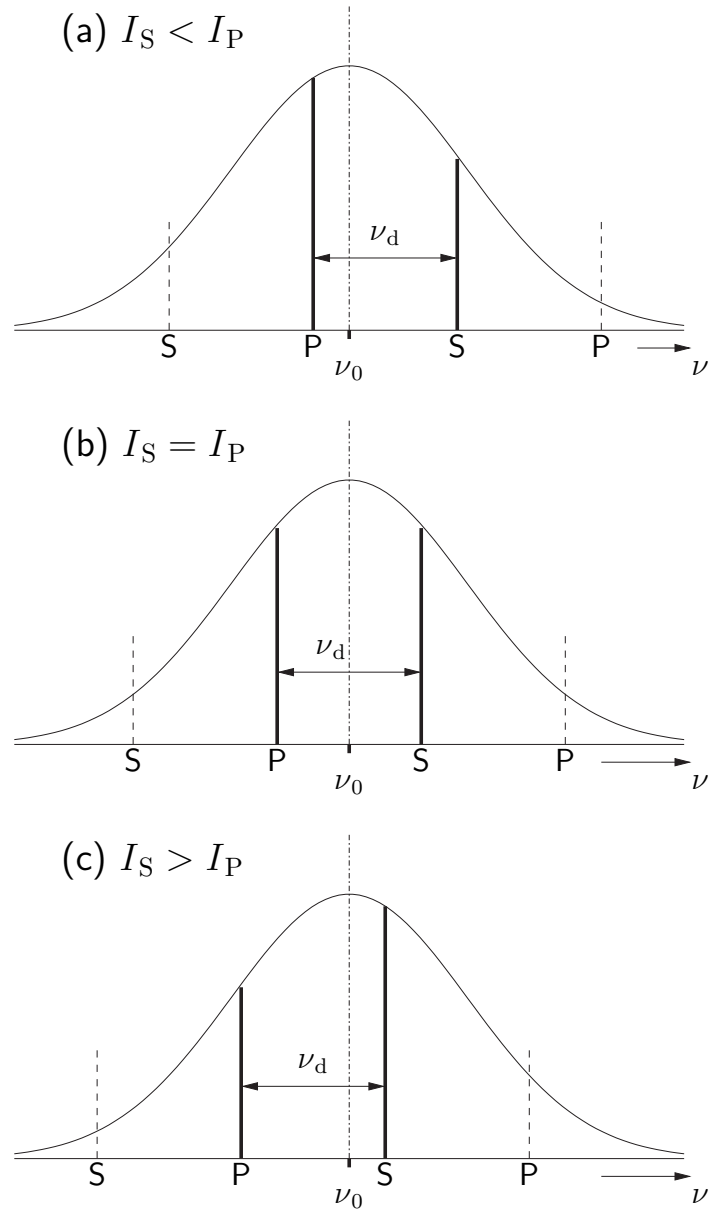


図 3: レーザーの発振周波数と各偏光成分の強度変化．熱膨張により共振器長が伸びると縦モードの間隔 ν_d が低下するので，発振の候補となるモードの位置（記号 P, S の付された縦線）が $\nu = 0$ の方向にシフトする．(a), (b), (c) はその推移の順を示している．

強度が等しくなるようにレーザー管の温度を制御してやると，2つのモードの周波数も一定になる⁷．すなわち，理想的にはこれらの周波数は

$$\nu_{\pm} = \nu_0 \pm \frac{\nu_d}{2} \quad (31)$$

となる．これが2モード法と呼ばれる方法の原理である．実際には，レーザーの利得曲線は完全に対称ではないし，中心周波数も変動する．また，検出系にも非対称性があるので，周波数の再現性は数 MHz の範囲であろうと思われる．しかし，アラン分散による相対的な安定度は 10^{-11} よりも良い値が得られる．

1.4 光ビート測定系の実験装置

光ビート測定系の実験装置の概略を図4に示す．使用するレーザーは $L = 17$ cm の共振器をもつ He-Ne レーザーで出力は約 1 mW である．2台のうち，1台は基準用として使用する．実験用のレーザーは，レーザーから後方に（図4では右方向に）出る光を周波数制御に，前方に出る光をビート信号測定に用いる．ここで使用するレーザーの一番大きな特徴は図2にあるように，レーザー管に直接コーティングした薄膜抵抗体をヒーターにして，温度制御で共振器長を制御できるようになっている点である．この薄膜ヒーターは非常に応答性が良いので，制御系の設計が非常に楽になり，高い安定度が実現できる⁸．

制御用の光は $\lambda/2$ 板 (A) を通過した後で，偏光ビームスプリッター (PBS)⁹ に入る．レーザー発振の起きる偏光面はレーザー管固有のものだが，小さな異方性によって個々のレーザーで違う偏光面を持っている．そのため，この $\lambda/2$ 板を用いてレーザー光の偏光面を回転¹⁰させ，レーザーから出た光のそれぞれのモードが持つ偏光面と PBS の偏光面を合わせている．このようにすると偏光によって2つの縦モードの光を分離できる．分離された光はそれぞれ光検出器で強度信号に変換され，その差がループフィルターを通過してヒーターの電圧の制御に用いられる．ただし，ヒーターは暖めることしかできないので，あらかじめ一定の電圧を加えてレーザー管を予熱しておき，その電圧からのわずかな変化で管長を制御する．基準用のレーザーも全く同じ構成で安定化されている．

レーザーの前方に出た光は基準用のレーザーの光とビームスプリッター (BS) で重ね合わされて，干渉信号になる．この信号を広帯域の増幅器で増幅し，オシロスコープと周波数カウンターで測定する．基準用のレーザーも構成は全く同じもので，直交する偏光面を持った2つの縦モードの光が出ている．レーザーと BS の間に入っている偏光板 (Polarizer) は同時に発振しているモードのうちのどちらかを選び出す

⁷P と S の位置を入れ替えた状態で両方の強度が等しくなる点がある．もし，(b) の状態で正しい制御がかかるように設計をすると，この点では不安定になり，速やかに (b) の状態を実現しようとする．なぜか考えてみて欲しい．

⁸このレーザーは通産省工業技術院計量研究所（現 産業技術総合研究所）で開発された．

⁹PBS は入射電場が図4のような配置で紙面に垂直な成分 (S 偏光) を反射し，紙面内にある偏光 (P 偏光) を透過させるようなビームスプリッターである．

¹⁰波長板については補遺 A を参照のこと．

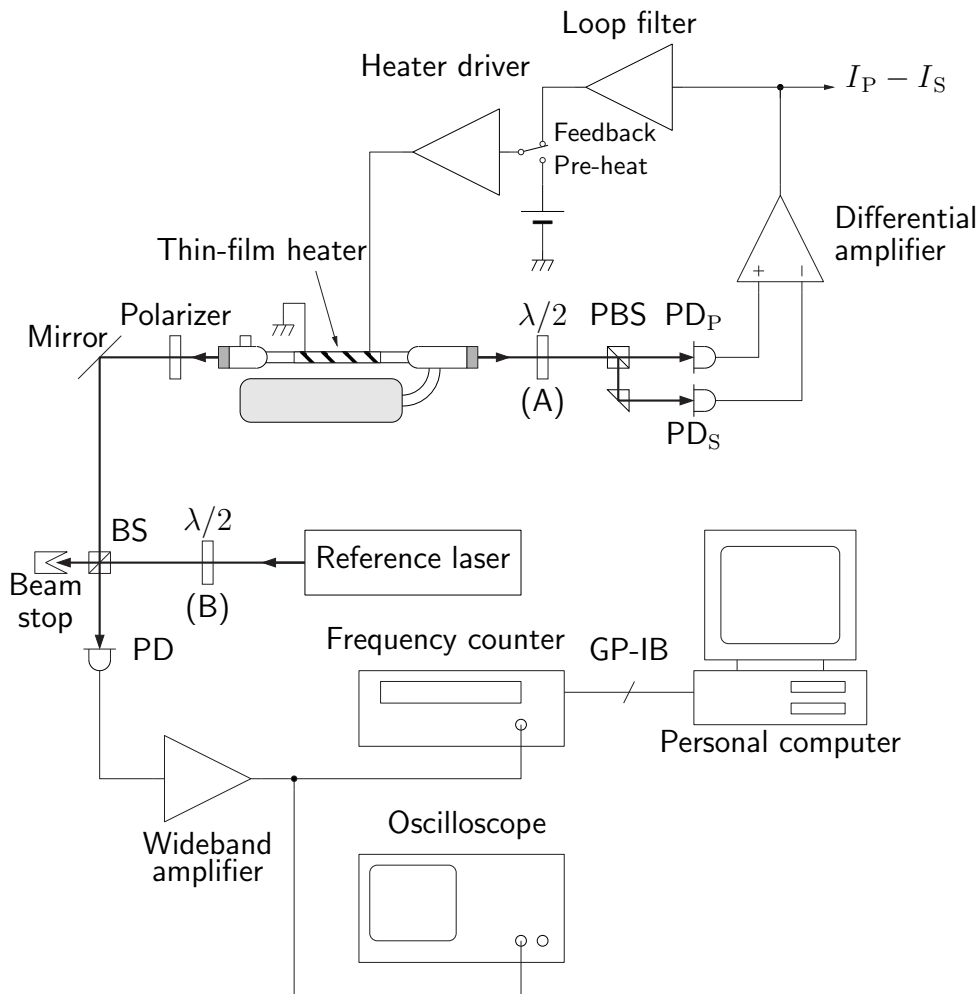


図 4: He-Ne レーザービート測定系の概略図 .

ためのもので、 $\lambda/2$ 板 (B) はやはり偏光面を回転させ 2 つのレーザーの偏光面を一致させて、大きな干渉信号を得るためのものである .

本実験で用いる検出器の帯域は数十 MHz である . したがって、レーザーの利得曲線の中心周波数を挟んで、周波数が高いもの (式 (31) での ν_+ に相当) 同士、または低いもの (ν_- に相当) 同士の干渉信号のみが測定が可能である . これ以外の組み合わせの干渉ではビート周波数が非常に高いので信号としては現れない . もちろん、もっと広帯域の検出器や増幅器を用いれば十分測定が可能である .

周波数カウンターで測定された値は GP-IB (IEEE-488) により、パーソナルコンピュータに転送され、データとして記録される .

1.5 実験課題 (第 1 日目)

1. 内部鏡型 He-Ne レーザーの発振特性、特に偏光の状態を調べる (1.5.1 節) .

2. このレーザーを 2 モード法で安定化し，2 台の安定化レーザー間での光ビートを計測してアラン分散に換算し，安定度の評価を行う (1.5.2 節) .
3. He-Ne レーザーとの安定度の比較のために，市販の水晶発振モジュールとインバータ蛍光灯の内蔵発振器について，それぞれアラン分散を測る (1.5.3, 1.5.4 節) .
4. データの整理 (1.5.5 節) .

1.5.1 He-Ne レーザーの偏光特性の測定

1. 実験用レーザーを点灯する．このとき，高圧用のケーブルがきちんと接続されているかを確認する．
2. 後方から出ている光が $\lambda/2$ 板 (A) を通って PBS で分割され，光検出器に正しく入射しているかを確認する．
3. 電源を入れると，レーザー管が暖まり，それにしただがって PBS を通過した後の光強度 (I_P, I_S) が変化する．2 つの光検出器の出力の差信号 $I_P - I_S$ は電圧換算されて電圧計で読めるようにしてある．レーザー管の伸びに伴って生じる電圧値変化の最大値 V_{\max} と最小値 V_{\min} を測定せよ．
4. 長い時間点灯し続けると，レーザー管の温度が安定し，変化がゆっくりになってしまう．そのような場合は，ヒーター端子に電圧を加えたり，切ったりして測定を行うとよい．
5. $\lambda/2$ 板 (A) を回転させて， $V_{\max} - V_{\min}$ の変化を測定する．そして，回転角 θ の関数としてグラフにしてみよ． $\lambda/2$ 板は 360° 回転できるホルダーに入っているが，調べる範囲は 90° または 180° でよい．最初は 10° または 15° 間隔でグラフを作り，最大値が含まれていそうな区間だけ，さらに細かい角度間隔で調べればよい．このとき， 1° 以下の精度で調べる必要はない．
6. ちょうど，レーザーの偏光面を PBS の偏光面に合わせたときに， $V_{\max} - V_{\min}$ の値は最大になる．そのような点が調べた回転角の範囲にいくつあるか，作成したグラフを見て予想せよ．

1.5.2 安定化レーザー光ビートの測定

1. 基準用と実験用の両方のレーザーを点灯し，図 4 で，Heater driver の端子を Pre-heat (定電圧源) 側に接続しておく．これにより，ヒーターに予熱のための電圧 (この装置では 5V) が供給される．
2. 実験用のレーザーの $\lambda/2$ 板 (A) の角度 θ は，前の実験で測定した $V_{\max} - V_{\min}$ 値が最大になるところに合わせる．

3. 十分時間が経過したら（15分くらい），Heater driver を Feedback 側に接続し，両方のレーザーの制御系を作動させる．正しく制御が行われていると，差動増幅器の出力はほとんど 0 になる．また，ヒーターにかかる電圧も，予熱時の電圧の周りで揺らいでいるはずである．オシロスコープで両方の信号を観察して見よ．レーザーに振動を与えたりするとどうなるだろうか．
4. ビート測定用の増幅器の出力をオシロスコープで観察する．オシロスコープのレンジやトリガレベルを適当に調整すると，何か正弦波のような信号が見えるはずである．これが，2つのレーザー光の干渉によるビート信号である．しかし，2つのレーザーの両方の偏光の光が同時に干渉して，2種類の周波数のビート信号が重なって見えるために，きれいな正弦波が見えないかもしれない．
5. このビート信号の振幅が最大になるように，各レーザーから出た光の光軸を合わせる．これは，レーザー光を曲げている鏡とビームスプリッターの角度を調整することで行える．ただし，すでに大まかに調整されているはずなので，極端に大きく動かす必要はない．
6. 実験用のレーザーの前に入っている偏光板の回転角を合わせると，きれいな正弦波が観測されるようになる．これは偏光板でどちらかの偏光の光が取り出されるためである．
7. さらに，ビート信号の振幅が最大になるように基準用のレーザーの前にある $\lambda/2$ 板 (B) を回転させる．この $\lambda/2$ 板は前に述べたように 2つのレーザーからの光が光検出器のところで，同一の偏光面を持つようにするためである．逆に，直交する偏光面を持つように $\lambda/2$ 板 (B) をあわせると，ビート信号は消えるはずである．
8. ビート信号の振幅が最大の状態で信号をカウンターで測定し，大まかなビート周波数を記録せよ．
9. さらに，パソコンで，アラン分散を測定するためのプログラムを起動し，データを取得せよ．このとき，気をつけなければならないのは，レーザーの安定度は周囲の振動や音に非常に敏感に影響されることである．測定中はこのような外乱を与えないように気をつけること．
10. 再び偏光板を回転させると，先ほどとは違う位置（たぶん 90° ずれたところ）できれいなビートが観測されるはずである．この信号は，先ほどとは違う光同士の干渉で現れるものである．同じようにして，大まかにビート周波数を記録して，その後，アラン分散を測定せよ．
11. BS から出てくる 2つの干渉光のうち，光検出器に入れない方の光は，後方散乱の少ないビームストップに吸収させている．こうしないと，散乱光の一部がレーザー共振器まで戻り，安定度が悪化する．このビームストップを取り外

し、光が部屋の壁などの散乱体に当たる状態にして、もう一度アラン分散の測定をしてみよ。

1.5.3 水晶発振モジュールの周波数揺らぎの測定

1. 2つの水晶発振モジュール（公称周波数 10.000000 MHz）の出力端子をそれぞれオシロスコープに接続し、電源を投入し、発振波形を確認する。
2. 次に、2つの出力を乗算器の入力につなぎかえ、乗算器の出力波形をオシロスコープで確認する。乗算器の出力側にはローパスフィルタを挿入してあるので、乗算で発生した和周波、差周波のうち、差周波成分（ビート波形）だけが観察できるはずである。
3. 乗算器の出力を周波数カウンタの入力に接続し、大まかなビート周波数を記録し、さらにアラン分散を測定せよ。電源投入後のモジュールの自己発熱による温度ドリフトの効果を見るために、4種類のゲート時間の測定（1.5.5 参照）の手続きを3回反復すること。各測定の終了後にも、周波数カウンタの表示を読んで、およそのビート周波数を記録せよ。

1.5.4 インバータ蛍光灯の周波数揺らぎの測定

1. He-Ne レーザーのビート測定に用いていた光検出器を、備え付けのインバータ蛍光灯の直下に固定し、蛍光灯の電源を投入して、発光波形がオシロスコープで安定して観測できるように調整する。
2. さらに、光検出器の出力を周波数カウンタの入力に接続し、およその周波数を記録した後、1.5.3 節の 3 と同様にしてアラン分散を測定せよ。

1.5.5 データの整理

測定したデータはそのままではアラン分散の値ではなく、式 (23) で表されるような、各測定ごとの周波数値である。また、本実験で用いる周波数カウンターは、ゲート時間が 10 ms, 100 ms, 1 s, 10 s の 4 種類が設定できるだけである。これらのデータから、アラン分散を求めなければならない。

今、あるゲート時間 Δt で N 個の連続したデータを収録したとする¹¹。このデータ列を $\{\nu_i\}$ ($i = 1, \dots, N$) とする。式 (21) によるアラン分散の定義に従うと

$$\sigma_y(\Delta t) = \left(\frac{1}{\nu_{av}} \right) \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} \frac{(\nu_{i+1} - \nu_i)^2}{2}} \quad (32)$$

¹¹本実験で用いるカウンターは内部にデータバッファを持っていて、約 1000 個のデータを一度に収録できる。

となる．また，ここで，

$$\nu_{\text{av}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \nu_i \quad (33)$$

とすればよい．もちろん，ビートによる測定だから，最終的なレーザーの安定度を計算する場合は式 (30) を考慮しなければならない．

もし，異なる τ に対するアラン分散の測定が必要ならば，以下のようにすると Δt の整数倍の τ に関しては計算ができる．二つの整数 n, m を用いて $N = mn$ となるようにする．そして，

$$(\nu_m)_k = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \nu_{[m(k-1)+i]} \quad (34)$$

とすると，式 (23) を考慮すれば

$$(\nu_m)_k = \frac{1}{m\Delta t} \int_{(k-1)(m\Delta t)}^{k(m\Delta t)} \nu(t) dt \quad (35)$$

となり， $\tau = m\Delta t$ とした時の場合と同じものになる．そこで

$$\sigma_y(m\Delta t) = \left(\frac{1}{\nu_{\text{av}}} \right) \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{[(\nu_m)_{k+1} - (\nu_m)_k]^2}{2}} \quad (36)$$

によって， $\tau = m\Delta t$ の場合のアラン分散が計算できる．ただし，このような計算をすると，二乗平均を行うためのデータの個数 n が m により変わってしまうので，全体のデータの個数は十分大きくなければいけない．本実験ではハードウェア的に Δt を 1 桁ずつ変え，ソフトウェア的な処理で，その中間の値に対して，アラン分散を計算するようにする．

2 マイケルソン干渉計

2.1 マイケルソン干渉計の原理

図 5 は最も基本的なマイケルソン干渉計である．光源を出た光は，ビームスプリッターで分けられ，直交する二本の光路を往復して再びビームスプリッターで一緒になる．このとき二つの光に位相差が存在すると干渉によって光検出器に入射する光の強度が変化する．入射波を複素表示で $A_i(t) = A_0 e^{i\phi(t)}$ と与えると，光検出器のところで光波 (A_d) は， X 軸に沿って往復してきた光 ($A_1 e^{i\phi_1(t)}$) と Y 軸に沿って往復してきた光 ($A_2 e^{i\phi_2(t)}$) の重ね合わせによって表されるので，

$$A_d = A_1 e^{i\phi_1} + A_2 e^{i\phi_2} \quad (37)$$

となる．光強度は電磁場の振幅の 2 乗に比例し，検出器に流れる光電流 I_p も光強度に比例する．さらに，複素振幅 A_d はその絶対値二乗が光電流に比例するようにとれるので，

$$I_p \equiv |A_d|^2 = \frac{I_{\text{max}} + I_{\text{min}}}{2} + \frac{(I_{\text{max}} - I_{\text{min}}) \cos(\phi_1 - \phi_2)}{2} \quad (38)$$

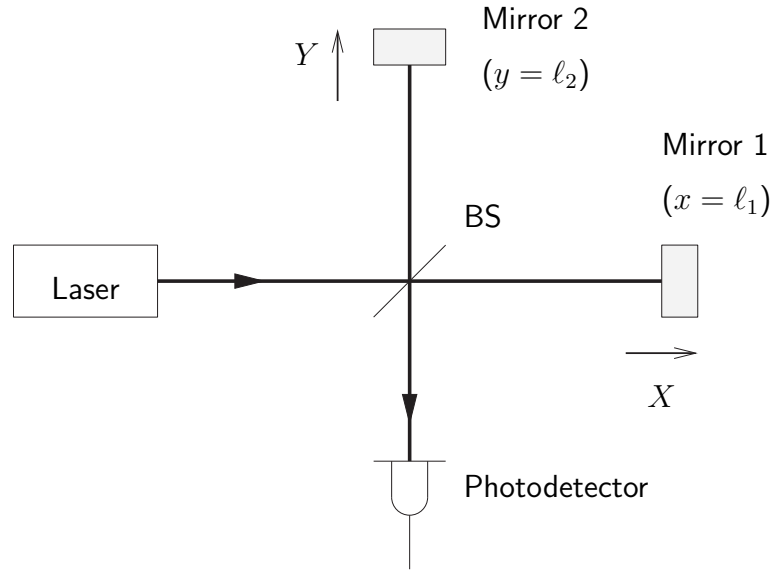


図 5: マイケルソン干渉計の概念図．ビームスプリッターを座標の原点にとり，直交した 2 本の干渉計の光路（腕）を X 軸と Y 軸にとる．それぞれの鏡は原点から l_1, l_2 の距離にあり， $l_1 \approx l_2$ である．光源を出た光はビームスプリッターで分けられ，それぞれの光路を往復して，再びビームスプリッターで重ね合わされて干渉する．その干渉光の強度を光検出器で検出する．

という変化をする．ここで， I_{\max}, I_{\min} は光電流の最大，最小値を表し，

$$K = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (39)$$

はビジビリティ (visibility) とよばれて干渉信号の明瞭度を表す指標である．これを用いれば

$$I_p = \left(\frac{I_{\max} + I_{\min}}{2} \right) [1 + K \cos(\phi_1 - \phi_2)] \quad (40)$$

となる．この式から，光電流は，

$$\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2 = \phi(t - 2l_1/c) - \phi(t - 2l_2/c) \quad (41)$$

で定義される位相差に依存して変化することが分かる．ここで， $c (= 3.0 \times 10^8 \text{ m/s})$ は光速である．もし入射波が単色平面波の場合には $\phi(t) = 2\pi\nu_0 t + \phi_0$ と書けるので

$$\Delta\phi = -4\pi\nu_0(l_1 - l_2)/c = -4\pi(l_1 - l_2)/\lambda \quad (\lambda = c/\nu_0) \quad (42)$$

となり，光の波長を基準として，物体の位置や長さの変化が測定できる．また，光路上にある物質の屈折率の変化などの測定もできる．

2.2 アラインメント

実際の干渉計では，反射鏡の向きを調整しないと 2 つの光路を通ってきた波の方向が異なるため，干渉信号に影響が現れる．そのときに，どのような効果が現れる

かを計算してみる．この場合には，式 (6) から，干渉光の強度のうち \vec{r} に依存する項は

$$\cos[(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r} + \Delta\phi] \quad (43)$$

に比例する．そこで， $k_1 = (k, 0, 0)$ ， $k_2 = (k \cos \theta, k \sin \theta, 0)$ とする ($k = 2\pi/\lambda$)．そして，光検出器が一边 a の正方形で y - z 面にあるとすれば，光電流は強度を面積分したものに比例するから，干渉信号の大きさ (ΔI) は

$$\begin{aligned} \Delta I &\propto \int_0^a dy \int_0^a dz \cos[(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r} + \Delta\phi]|_{x=0} \\ &= a^2 \cos[\Delta\phi - (ka \sin \theta)/2] \cdot \frac{\sin[(ka \sin \theta)/2]}{(ka \sin \theta)/2} \end{aligned} \quad (44)$$

で与えられる．この式は $\theta = 0$ で最大になり， θ が大きくなるにつれて徐々に小さくなる．すなわち干渉による強度変化の検出効率が悪くなることを示している．これは，検出器の面上に空間的な明暗の強度分布，つまり干渉縞が生じるためで，光路長の変化は全体の強度が変化するというよりこの縞が移動するというように見える¹²．そこで，鏡の向きを精密に調整して干渉信号が最大になるように調整する必要がある．このような調整をアラインメント調整という．

実際の実験では，レーザービームを使う場合が多いが，その場合には a は，光検出器の大きさではなく，レーザーのビーム径と考える必要がある．

2.3 光のコヒーレンス

光の干渉を考える場合，重要な概念として，コヒーレンス (coherence) がある．コヒーレンスとは，可干渉性と訳されていて，干渉がどの程度起きるかを表す指標になる．干渉する波が完全な単色平面波の場合には，2つの光の位相差の絶対量には関係なく，常に同じ大きさの干渉信号が得られる．しかし，実際の光の位相はランダムに揺らいでいて，大きな光路長差があると干渉効果が見えなくなる．このような現象を記述するためにコヒーレンスという概念が用いられる．コヒーレンスには時間的なコヒーレンスと空間的なコヒーレンスがあるが，ここでは，時間的なコヒーレンスについて考えてみる．

マイケルソン干渉計に入射する光が，一般的な時間の関数 $A(t)$ で与えられるとすると，光検出器のところで光の振幅は，

$$A_d(t) = \frac{1}{2}[A(t - 2\ell_1/c) + A(t - 2\ell_2/c)] \quad (45)$$

である．ここで，ビームスプリッターの振幅反射率や透過率は $1/\sqrt{2}$ であると仮定した．定常系では時間平均と統計平均が等しいことを用いて，光電流 I_p は

$$I_p = \frac{1}{2}\langle |A(t)|^2 \rangle + \frac{1}{2}\text{Re}[\langle A^*(t - 2\ell_1/c)A(t - 2\ell_2/c) \rangle] = \frac{1}{2}\langle |A(t)|^2 \rangle + \frac{1}{2}\text{Re}[G(\tau)] \quad (46)$$

¹²光強度を電気的に取り出す検出器がなかった時代には，この縞の移動を目で読み取り位相変化を測定していた．また，干渉信号を変化のことを干渉縞の変化ということがある．

となる．ここで， $\tau = 2(\ell_1 - \ell_2)/c$ であり，複素信号 $A(t)$ から定義される関数

$$G(\tau) = \langle A^*(t)A(t + \tau) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} A^*(t)A(t + \tau) dt \quad (47)$$

は複素自己相関関数と呼ばれるものである．さらに複素自己コヒーレンス度を

$$\gamma(\tau) = \frac{\langle A^*(t)A(t + \tau) \rangle}{\langle |A(t)|^2 \rangle} \quad (48)$$

で定義すると， γ は $\tau = 0$ で 1 となりこれが最大値であることから，干渉信号はその最大値 I_0 を用いて

$$I_p = \frac{I_0}{2}(1 + \text{Re}[\gamma(\tau)]) \quad (49)$$

となる¹³．

また，自己相関関数 $G(\tau)$ は光のパワースペクトル $S(\nu)$ とウィナー・ヒンチン (Wiener-Khintchine) の公式によって関係付けられており

$$S(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} G(\tau) e^{-2\pi i \nu \tau} d\tau \quad (50)$$

$$G(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\nu) e^{2\pi i \nu \tau} d\nu \quad (51)$$

である¹⁴．このように，自己相関関数が分かれば，フーリエ変換により光のスペクトルを測定できる．また，スペクトルの広がりに対する干渉の影響も計算できる．このような原理を用いて，マイケルソン干渉計とフーリエ変換を使った分光器が実用化されており，フーリエ分光器と呼ばれている．

ここで具体的な相関関数 $G(\tau)$ について $S(\nu)$ を計算する例を見ておく．正の実数 α をパラメータにもつ関数

$$G(\tau) = I_0 \exp(-\alpha|\tau|) \exp(2\pi i \nu_0 \tau) \quad (52)$$

を複素自己相関関数に選ぶ¹⁵と，干渉信号は

$$I_p = \frac{I_0}{2}[1 + \exp(-\alpha|\tau|) \cos(2\pi \nu_0 \tau)] \quad (53)$$

となる．これをプロットすると図 6 のようになる．横軸は， $\tau = 2\Delta L/c$ を用いて，光路長差 $\Delta L = \ell_1 - \ell_2$ に変換した．実線は $\alpha = 0.8c/\lambda$ で点線は $\alpha = 0.1c/\lambda$ の場合である．このように，相関時間 $(1/\alpha)$ の違いにより，干渉信号の大きさが変化する．逆に，この信号を測定すると入射光の相関時間が分かる．式 (40) と比較すると， K の τ 依存性が $\exp(-\alpha|\tau|)$ であることが分かる．

¹³光が一般的な時間の関数で表される場合の扱いは文献 [4], [9] を参照せよ．

¹⁴式 (50), (51) のように積分区間を対称に書いておくと，以下の二種類の対応規則

$$\begin{array}{ll} G(\tau) : \text{実自己相関関数} & \Leftrightarrow S(\nu) : \text{両側パワースペクトル} \\ (G(\tau) \text{ 実数}, \tau \text{ について偶関数}) & (S(\nu) \text{ 実数}, \nu \text{ について偶関数}) \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} G(\tau) : \text{複素自己相関関数} & \Leftrightarrow S(\nu) : \text{片側パワースペクトル} \\ (G(\tau) \text{ 複素数}, \tau \text{ についてエルミート対称}) & (S(\nu) \text{ 実数}, \text{負の} \nu \text{ で } S(\nu) = 0) \end{array}$$

により，両側スペクトル，片側スペクトルのいずれの場合にも対応できる．

¹⁵この関数を選ぶ背景は補遺 B を参照．

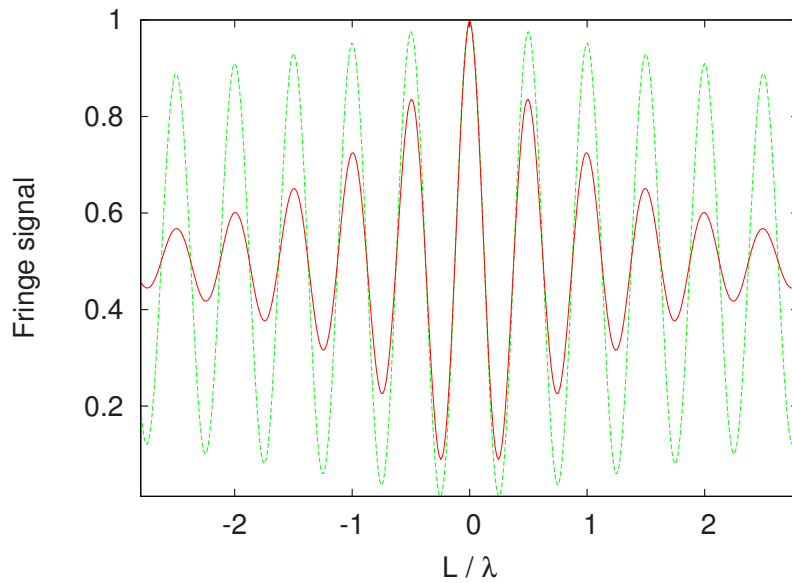


図 6: 干渉信号の大きさと光路長差の関係 .

式 (52) の相関関数から計算されるスペクトルは

$$S(\nu) = \frac{2\alpha I_0}{\alpha^2 + (2\pi)^2(\nu - \nu_0)^2} \quad (54)$$

である . 中心が ν_0 のローレンツ型のスペクトルをしていることが分かる . この時のスペクトルの広がり (半値全幅) $\Delta\nu$ は ,

$$\Delta\nu = \alpha/\pi \quad (55)$$

である . また , 熱運動によるドップラー効果でスペクトルが広がる場合には , 広がりがガウス型の広がりになる .

以上の議論から , 広がったスペクトルを持った光を使って干渉信号を測定すると , 光路長差が大きくなるにつれて , 干渉信号が見えにくくなることが分かる . 逆に干渉信号が鮮明に観測できる光路長差 (コヒーレント長という) を測定することで , 光源のスペクトルの広がりを推定できる . コヒーレント長 l_c とスペクトルの広がり $\Delta\nu$ にはおよそ ,

$$l_c = \frac{c}{\Delta\nu} \quad (56)$$

のような関係がある .

コヒーレンスは , 光源の性質に大きく依存している . 連続発振するレーザー光源は一般に長いコヒーレント長を持つ . 安定度の悪いアルゴンレーザーでも数 cm , He-Ne レーザーでは数 10 cm から数 100 m , 単一周波数発振するように工夫されたレーザーでは km を越える . パルス発振のレーザーではパルスの長さそのものがコヒーレント長と考えられるので , ピコ秒パルスで 0.3 mm 程度になる . また , レーザー以外の光源では , 以前メートルの定義に用いられていたクリプトンの発光線 ($\lambda = 605.8 \text{ nm}$)

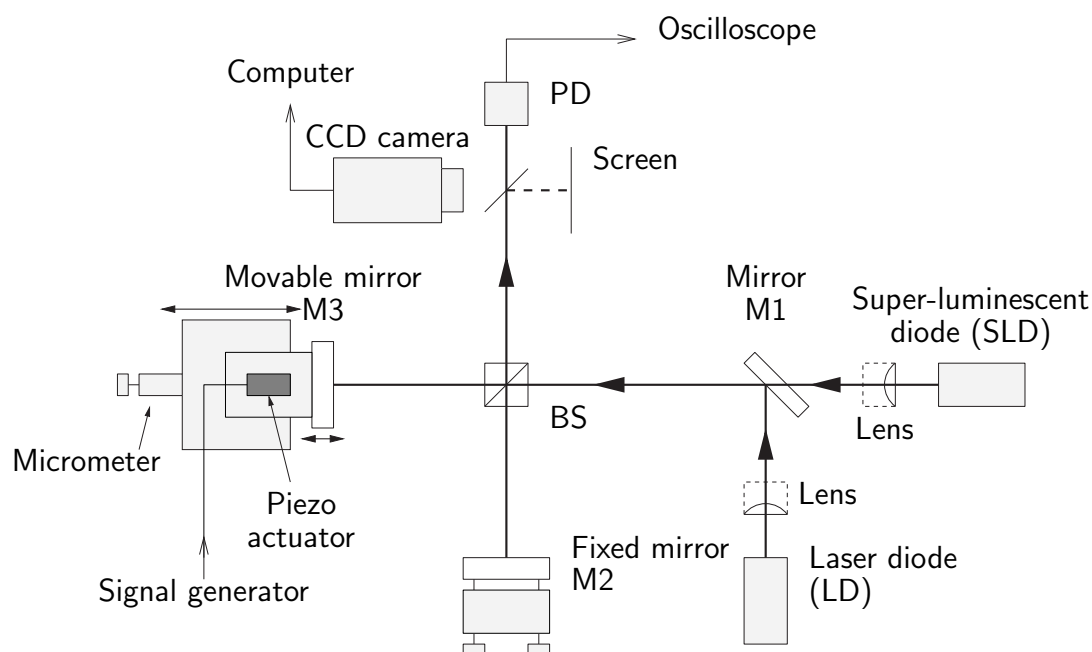


図 7: マイケルソン干渉計の実験装置概略図。

では 1m 程度，高圧水銀ランプの e 線 ($\lambda = 546.1 \text{ nm}$) は $10 \mu\text{m}$ 程度，ナトリウムランプの D 線 ($D_1: \lambda = 589.6 \text{ nm}$, $D_2: \lambda = 589.0 \text{ nm}$) でも，数 $10 \mu\text{m}$ と言われている¹⁶．また，本実験で用いるスーパーluminescentダイオード (SLD) では，約 $50 \mu\text{m}$ である．

干渉計の光源としては，コヒーレント長の長いレーザーを用いるタイプと，低コヒーレンス光源を利用したタイプがある．前者は干渉信号として正確な正弦波が得られるので，干渉縞の変化を細かく読み取ることで微小な変化の測定を行うことができる．後者は光路長差が 0 の点でのみ干渉信号が測定されることを利用し，物体の位置や形状の絶対的な位置を測定するために用いられる．

2.4 マイケルソン干渉計の実験装置

半導体レーザー (LD) とスーパーluminescentダイオード (SLD) というコヒーレンスの異なる 2つの光源を用い，マイケルソン干渉計の動作を確かめる．実験装置の概略を図 7 に示す．

マイケルソン干渉計は，ミラーの傾きを調整できる固定鏡 M2 とマイクロメータで動くステージに取り付けられた可動鏡 M3，そしてビームスプリッターからなる．可動鏡 M3 には，さらにピエゾ素子を取り付けられている．干渉計のアラインメントは，固定鏡 M2 に取り付けられた傾き調整用のマイクロメータで行う．また，コヒーレンスなどを測定するための光路長の調整は，可動鏡 M3 のステージを動かす

¹⁶表記の波長は，すべて真空中の波長である．

ことで行う。 piezo素子は、電圧をかけると長さが変化する素子で、微妙な光路長の調整によく用いられるが、ここでは正弦信号を加えて、光路長を時間的に変化させ、干渉計のビジビリティやコヒーレンスの測定に用いる。

光源は、赤色 LD (波長 635 nm) と赤外 SLD (中心波長 840 nm) を用いるが、同時に干渉計に入射させるわけではなく、鏡 (M1) を取り付けた場合には LD, 取り外すと SLD の光が干渉計に入射される。これらの光源は、半導体発光素子で、非常に狭い空間から光が発せられるため、大きな広がり角のビームになっている。そこで、集光レンズによってビーム形状を整え、干渉計に入射させている。ビームの形状や方向は、集光レンズと光源の相対位置に非常に敏感なので、再調整する場合には大きく動かし過ぎないように注意が必要である。

干渉光の様子は、CCD カメラと光検出器で観察する。スクリーン上の干渉縞の様子はカメラで見ることができ、さらにカメラの画像はコンピュータ上に取り込むことができる。また、干渉光の強度は光検出器で検出して電気信号として取り出せる。電気信号は、オシロスコープで観察する。

2.5 実験課題 (第 2 日目)

1. LD を用いた実験 LD の光は、可視光で容易に扱うことができ、また、コヒーレンスが良いため干渉縞の観察も易しい。そこで、まず、これを光源にして、マイケルソン干渉計の動作原理を学ぶ (2.5.1 節)。
2. SLD を用いた実験 SLD の光は、コヒーレンスが悪くレーザーとは対照的である。この光源のコヒーレンスをマイケルソン干渉計を用いて測定する。また、コヒーレンスの悪さを利用すると反射面の位置を精密に測定できる。この特性を利用して、ガラス板の厚さと屈折率を干渉計を用いて独立に測定する (2.5.2 節)。

2.5.1 LD を用いた実験

1. スクリーンと CCD カメラを用いて、干渉縞の様子がアラインメントや鏡の位置でどのように変化するかを観察する。
 - (a) 鏡 M1 を所定の位置に取り付ける。
 - (b) LD を点灯する。
 - (c) M1 の向きを調整し、ビームがビームスプリッターの中央付近に当たるようにする。
 - (d) スクリーンに固定鏡 M2 と可動鏡 M3 からの反射光が届いているのを確認する。2つの鏡がよく調整されていると重なって見えるので、それぞれの光路を遮って、両方のスポットがあることを確認せよ。

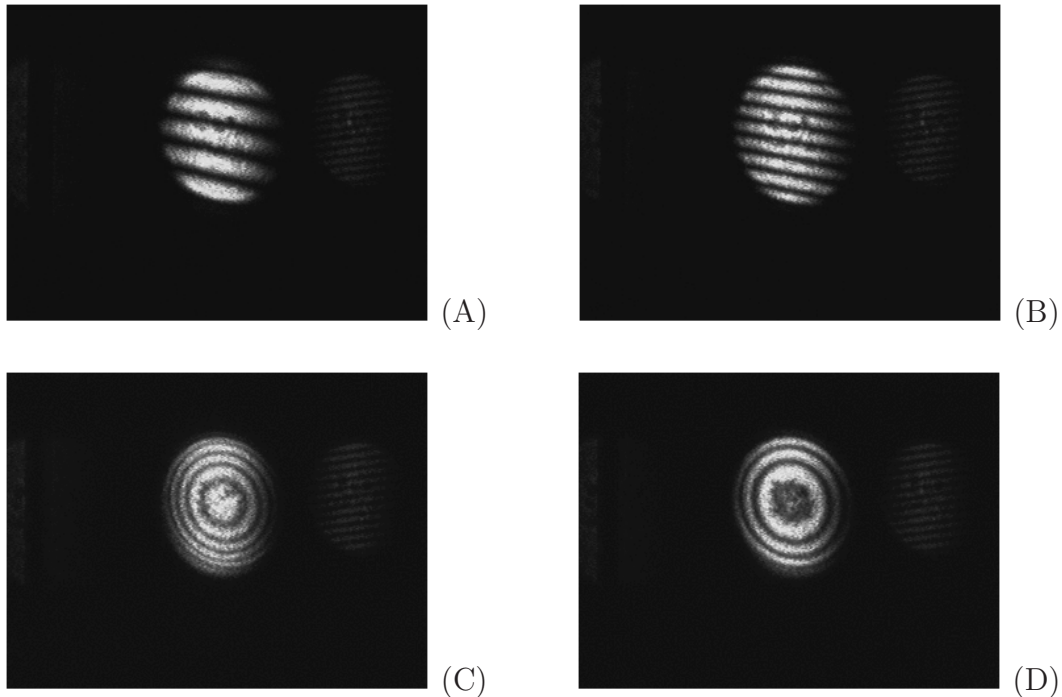


図 8: 干渉縞のパターンの例

- (e) コンピュータで画像取り込みソフトウェアを起動し，カメラの画像がモニターできることを確認せよ．ソフトウェアの取り扱いなどは備え付けの説明書を参照すること．もし，画面にスポットが見えないときはカメラの向きを調整せよ．
- (f) もし，2つのスポットが離れている場合には，固定鏡 M2 についている角度調節用のマイクロメーターを調整して重なるようにせよ．
- (g) 角度調整を微調整する（アラインメントをとる）とスクリーン上に図 8 で示したような干渉縞が見えるようになる．干渉縞の様子が鏡の角度でどのように変化するかを観察せよ．
- (h) 可動鏡 M3 のマイクロメーターを動かすと，可動鏡の位置が変化し，マイケルソン干渉計の 2つの光路の光路長差が変化する．また，移動中に鏡の角度も微妙に変化するので干渉縞の様子が変わる．再び，アラインメント操作を行うと干渉縞の様子がどうなるかを観察せよ．
- (i) 典型的な場合に干渉縞のパターンをファイルに保存し，条件を記録せよ．干渉縞を記録した例を図 8 に示す．自ら観測したものや，図 8 で例に挙げた干渉縞のパターンの違いがなぜ現れるかを考察せよ．

2. LD を光源とした干渉計のビジビリティの測定を行う．

- (a) 干渉光が光検出器に入っているかどうかを確認する．
- (b) 検出器からの電気信号をオシロスコープに接続し観察する．

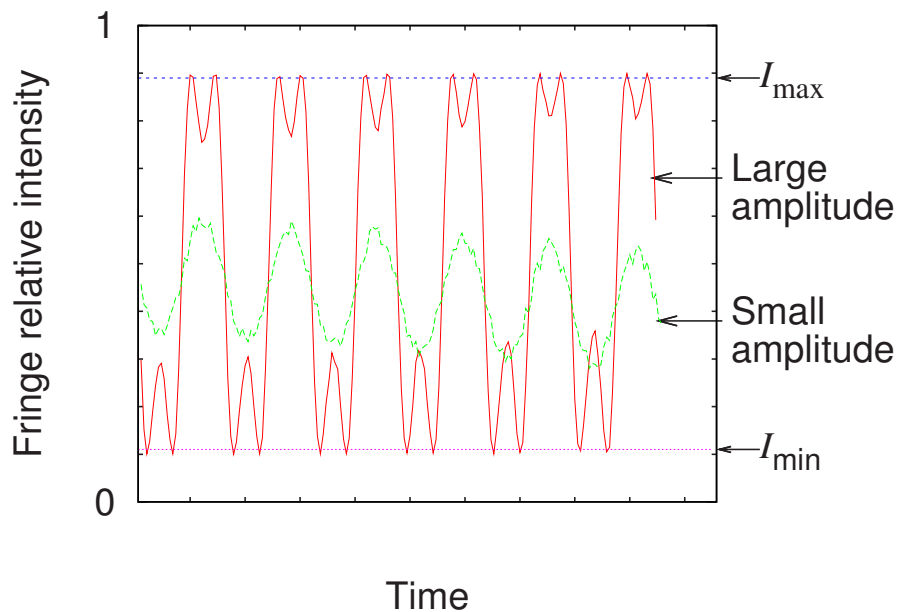


図 9: ピエゾ素子を使って鏡を振動させたときの干渉信号の様子。

- (c) ピエゾ素子に発振器からの信号をつなぐ。
- (d) ピエゾ素子が振動して光路長が変化し，干渉光の強度が振動することを確認する。
- (e) 発振器の出力信号を大きくすると，図 9 に示すように，ピエゾ素子の変位が干渉縞の 1 周期を越え，干渉光の最大値と最小値で信号がクリッピングされる。この振れ幅が最大になるように固定鏡 M2 の角度を調整せよ。
- (f) このクリッピングされた値と式 (39) を用いて干渉信号のビジビリティを計算せよ，
- (g) 可動鏡 M3 の位置をマイクロメーターで変えながらビジビリティを測定せよ。
- (h) ビジビリティが最大となる可動鏡 M3 の位置を求めよ。また，どうしてこのような変化が出るかを考察せよ。

2.5.2 SLD を用いた実験

1. SLD のコヒーレント長を測定する。
 - (a) SLD の光を干渉計に導入するため，鏡 M1 を取り外す。
 - (b) SLD を点灯する，SLD は赤外光であるため肉眼では見えないが，かなり強い光（数 mW）を出しているのて，覗きこまないように気をつける。
 - (c) センサーカードで光が正しく干渉計に入射されているかを確認する。

- (d) SLD のコヒーレント長は短いので，光路長差がほとんど無い状態にしないと干渉を見ることができない．そこで，まず，可動鏡 M3 の位置を LD で実験したときにビジビリティが最大になったところに合わせる．
- (e) CCD カメラでスクリーン上の干渉光の様子を観察する．SLD の干渉効率はあまり良くないので鮮明な縞は見えないが，注意深く探すと干渉縞の動きを見つけることができる．
- (f) 光検出器の信号をオシロスコープで観察する．このとき，ピエゾ素子には発振器の信号を入力しておく．もし，干渉していればピエゾ素子の振動により干渉信号の変化が観察できる．
- (g) 固定鏡 M2 の角度調整を行い干渉信号が最大になるところを見つけ（アラインメント調整），ビジビリティを測定せよ．
- (h) 可動鏡 M3 の位置を動かし，ビジビリティの変化を測定せよ．このとき，固定鏡 M2 のアラインメント調整のねじは動かさないでよい．
- (i) ビジビリティの変化から，光源のコヒーレント長を求めよ．

2. SLD の低コヒーレンスを利用して，ガラス板の厚さと屈折率を独立に測定する．

- (a) 可動鏡 M3 の位置を，ビジビリティが最大となるところにする．
- (b) この状態で，固定鏡の前面にスライドガラスを入れる（実際には，両面テープでミラーホルダーに止める）．
- (c) ガラス板の屈折率により光路長差が生じて干渉信号が消えることを確認せよ．この状態でマイケルソン干渉計の固定鏡側の光路には，図 10 に示すように，3つの反射光が存在する．光源のコヒーレンスが低いため，干渉信号が見えるためには可動鏡 M3 を動かして光路長差が無くなる場所を探す必要がある．逆に，可動鏡 M3 の位置をマイクロメーターで読むことにより，それぞれの光を別々に測定でき，反射されている点の位置を特定できる．
- (d) まず，可動鏡 M3 を動かして，鏡からの反射光 (E_3) と可動鏡の反射光が干渉する位置を探す．そこで，可動鏡を動かしながらビジビリティが最大になるところを求める．この鏡の移動量を ΔL_1 とする．
- (e) 次に，ガラス板の表面反射光 (E_1 と E_2) と干渉する位置を同じように探す．このときは，反射光量が鏡の反射に比べてかなり小さいので，ビジビリティはあまり良くないはずである．反射光の干渉が見つかりにくい場合には，固定鏡 M2 とガラス板の間に紙片を挿入し，ガラス表面の反射光だけが干渉計に戻るようにして干渉信号を探してみよ．
- (f) 最初に干渉信号が最大になった点から次の干渉信号が最大になるまでの間の距離を ΔL_2 とする．
- (g) ガラス板の屈折率を n ，厚さを d とする． n と d を ΔL_1 と ΔL_2 を用いて表し，測定値から， n と d を求めよ．

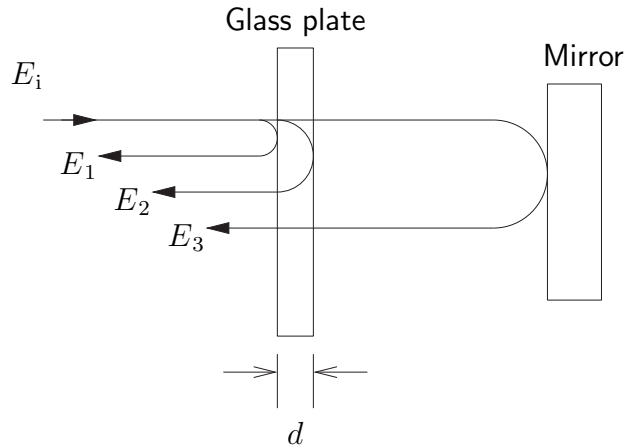


図 10: 光路にガラス板を挿入したときの反射光の経路。

- (h) ガラス板の厚さはマイクロメーターで直接測定できる．この 2 つを比較し議論せよ．

参考文献

— 実験全般について，

- [1] 応用物理学実験テキスト．特に，フィードバックと雑音の項目．

— レーザーに関して，

- [2] 霜田光一，矢島達夫，上田芳文，清水忠雄，粕谷敏広 著，「量子エレクトロニクス(上)」，裳華房，1972 年．

- [3] A. Yariv 著，多田邦夫，神谷武志 共訳，「光エレクトロニクスの基礎」，丸善，1988 年．

- [4] 霜田光一 著，「レーザー物理入門」，岩波書店，1983 年．

- [5] 平井紀光 著，「実用レーザー技術」，共立出版，1987 年．

— 光学一般に関して，

- [6] 石黒浩三 著，共立全書「光学」第 2 版，共立出版，1977 年．

- [7] 谷田貝豊彦 著，「応用光学 光計測入門」，丸善，1987 年．

- [8] 鶴田匡夫 著，「応用光学 I, II」，培風館，1990 年．

- [9] J. W. Goodman 著，武田光夫 訳，「統計光学」，丸善，1992 年．

— 発振器の安定度について，

[10] 大津元一 著，新 OHM 文庫「レーザーと原子時計」，オーム社，1986 年．

補遺

A 波長板

本実験では波長板をよく用いるので，その簡単な説明を行う．波長板は位相板ともよばれ，透過する光波の偏光により異なる位相差を与え，光の偏光状態を制御するために用いられるものである．これは，基本的には水晶などの複屈折特性をもつ結晶を利用し，屈折率の異なる 2 つの主軸（これを x 軸と z 軸とし，それぞれの屈折率を n_x と n_z とする）を含む面内でカットし，その厚さ d を制御したものである．

電磁波が y 軸に沿って伝播するとし，入射の電場ベクトルが

$$\vec{E}_i = (E_x \vec{e}_x + E_z \vec{e}_z) e^{i(\omega t - ky)} \quad (57)$$

で表されているとすると透過した光は

$$\vec{E} = [E_x e^{-in_x kd} \vec{e}_x + E_z e^{-in_z kd} \vec{e}_z] e^{i(\omega t - ky)} \quad (58)$$

と表される．ゆえに， x 成分と z 成分の電場で異なる位相遅れが生じる．それによる位相差は

$$\Delta\phi = kd(n_x - n_z) = 2\pi d(n_x - n_z)/\lambda \quad (59)$$

で与えられ， $\Delta\phi = \pi$ のもの，すなわち $d(n_x - n_z) = \lambda/2$ を満たすように作られたものを $\lambda/2$ 板， $\Delta\phi = \pi/2$ の場合のものを $\lambda/4$ 板という．

たとえば，入射光が x 軸と角度 θ をなす偏光面を持つ直線偏光の光としよう．このとき， $E_z/E_x = \tan\theta$ となる．そのとき， $\lambda/2$ 板を通過した光は $E_z/E_x = -\tan\theta$ となるので x 軸と偏光面のなす角度は $-\theta$ となる．すなわち偏光面が 2θ だけ回転したことを意味する．このように， $\lambda/2$ 板は直線偏光の光を回転させることができるのである．

また，実際には任意の整数 m に対して， $\pi + 2m\pi$ や $\pi/2 + 2m\pi$ でも 2 つの偏光の相対的な位相の変化は同じになる． $m = 0$ のものを零次の波長板といい，それ以外のものを高次の波長板と呼んでいる．温度変化などで d がわずかに変化したとき，その影響が高次波長板では $|m|$ 倍されるという性質がある．このため，精密な偏光特性が要求される場合には零次波長板を用いる場合が多い．

B 位相がランダムウォークする場合の相関関数

周波数 ν_0 の単色波に位相揺らぎが入った場合の相関関数とスペクトルについて考える．信号 $v(t)$ を複素振幅の表現で

$$v(t) = a \exp[2\pi i \nu_0 t + i\phi_0 + i\delta\phi(t)] \quad (60)$$

と書くと，振幅が一定で位相のみが揺らぐ信号を表す．これは式 (10) で $\delta a = 0$ と置いたものに一致している．

まず， $v(t)$ の複素自己相関関数を計算する．

$$\langle v^*(t)v(t+\tau) \rangle = a^2 \exp(2\pi i \nu_0 \tau) \langle \exp[i\delta\phi(t+\tau) - i\delta\phi(t)] \rangle \quad (61)$$

$$= a^2 \exp(2\pi i \nu_0 \tau) \langle \exp(i\eta) \rangle \quad (62)$$

ここで， $\delta\phi(t+\tau) - \delta\phi(t)$ を確率変数 $\eta(\tau)$ で置き換えた．第 2 因子の被平均関数は η の高次の項が現れるので，例えば 1 次のモーメント $\langle \eta(\tau) \rangle$ と 2 次のモーメント $\langle \eta^2(\tau) \rangle$ しか与えられていない場合には，これ以上計算を進めることができない．しかし，位相の揺らぎがガウス性の雑音であると限定すると，さらに計算を進めることができる．位相がランダムウォークをする場合はまさにそのケースになっている．簡単のために 2 次までのモーメントを

$$\langle \eta(\tau) \rangle = 0 \quad (63)$$

$$\langle \eta(\tau)^2 \rangle = 2D|\tau| \equiv \sigma^2 \quad (64)$$

とすると，位相がガウス性雑音になっているとの仮定のため η は正規分布に従うので，分布関数

$$f(\eta) = \frac{1}{\sqrt{4\pi D|\tau|}} \exp\left(-\frac{\eta^2}{4D|\tau|}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{\eta^2}{2\sigma^2}\right) \quad (65)$$

を用いて平均を計算すると

$$\begin{aligned} \langle \exp(i\eta) \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} f(\eta) \exp(i\eta) d\eta \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(i\eta - \frac{\eta^2}{2\sigma^2}\right) d\eta \\ &= \exp\left(-\frac{\sigma^2}{2}\right) \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{(\eta - i\sigma^2)^2}{2\sigma^2}\right] d\eta \\ &= \exp\left(-\frac{\sigma^2}{2}\right) \end{aligned} \quad (66)$$

となることが分かる．よって，式 (62) は，

$$\langle v^*(t)v(t+\tau) \rangle = a^2 \exp(2\pi i \nu_0 \tau - D|\tau|) \quad (67)$$

となる．ここで $D = \alpha$ とすれば，式 (52) が得られる．

信号 $v(t)$ を光波の振幅に対応させると、相関関数のフーリエ変換は光のスペクトルになる。スペクトルの周波数幅は半値全幅で評価することが多く、その幅は線幅と呼ばれ、 $\Delta\nu$ と書かれることが多い。今のように、位相の揺らぎが完全にランダムウォークだと仮定すると、式 (54) で見たように ν_0 を中心としたローレンツ型のスペクトルとなり、

$$\Delta\nu = D/\pi \quad (68)$$

の対応を用いることで、線幅という情報だけで位相雑音を特徴づけることができる。実際の位相揺らぎはランダムウォークで表し切れるほど単純ではなく、信号のスペクトルもきれいなローレンツ型にならない。しかし、光のスペクトルは直接測定が容易な量なので、線幅はレーザーの安定度の指標としてよく用いられる。

Revision Date: 2007/08/24 08:37:21 GMT